

## 파랑자료의 sampling rate가 극한파의 통계에 미치는 영향

김도영<sup>†</sup>  
홍익대학교

# The Effect of Sampling Rate on Statistical Properties of Extreme Wave

Do Young Kim<sup>†</sup>

Department Naval Architecture and Ocean Engineering, Hongik University, Jochiwon, Sejong, Korea

### 요 약

이 논문에서는 시계열의 파랑자료를 시뮬레이션 하여 파랑계측에서 sampling rate가 파랑자료의 각종 통계적 특성에 미치는 영향을 살펴보았다. 파랑자료의 Sampling rate가 freak wave와 같은 극한파의 통계특성에 미치는 영향을 파악하기 위하여, 이상(AI)지수, 파형의 첨도(kurtosis) 그리고 최대파고 등의 변화를 살펴보았다. Sampling rate가 커지면 각종 파고의 크기가 줄어드는 경향을 보인다. Sampling rate가 커지면 파랑스펙트럼의 0차 모멘트는 큰 변화가 없지만 2차 모멘트는 큰 영향을 받아서, Tz는 과대평가되고 대역폭은 과소평가된다. 따라서 sampling rate변화에 따른 유의파고 크기의 오차는 스펙트럼법에 의한 유의파고  $H_s$ 가 개별파법에 의한 유의파고  $H_{1/3}$  보다 작게 나타난다. Sampling rate에 의해서 발생한 오차의 크기는 파랑의 주기가 커지면 줄어드는 경향을 보인다. 파형의 첨도와 AI지수는 sampling rate가 1 Hz 이상인 경우는 큰 오차를 주지 않는다. 일반적으로 freak wave와 같은 극한파가 포함된 파랑을 계측할 때, 1 Hz의 이상의 sampling rate로 계측한 해양파의 자료를 사용한다면 sampling rate가 최대파고의 크기의 미치는 오차가 5% 이하가 될 것으로 예상된다.

**Abstract** – In this paper time series wave data are simulated using wave spectrum with random phases of the wave signal. The simulated wave signals are used to study the effect of the sampling rate on the ocean wave characteristics. Effect of sampling rate on wave data which include extreme wave such as freak waves are examined and various wave characteristics including abnormality index (AI), kurtosis of wave profile and maximum wave height are examined. Various wave heights are decreased as the sampling rate decreases. The zero-th moment of the wave spectrum does not affect much on the sampling rate but the second moment are greatly affected on the sampling rate. The error due to the sampling rate is decreases as the wave period increases. The error in significant wave height based on the wave spectrum  $H_s$  is smaller than that on the time domain method  $H_{1/3}$ . AI index and kurtosis of wave profile do not deviate much from the exact date as long as the sampling rate is greater than 1 Hz. Ocean wave measurement with the sampling frequency higher than 1 Hz will result the error less than 5% in estimating the height of extreme waves.

**Keywords:** Ocean Wave statistics(해양파 통계특성), Sampling rate(샘플링 레이트), Extreme wave height(극한파고), Freak wave(이상파랑)

### 1. 서 론

파랑자료의 계측은 해양구조물과 설계의 중요한 자료로서, 많은 해역에서 관측이 되고 있다. 현재 해양에서 사용하는 파랑계측시스

템은 계측된 파랑자료는 많은 경우가 1 Hz 근처의 높지 않은 sampling rate를 사용한 경우가 많다. Datawell사에서 제작한 전형적인 소형 파랑관측 부이에서는 1.28 Hz의 sampling rate가 사용되고 있다(Tucker[1991]). Yasuda and Mori[1997], Mori 등[2002]은 sampling rate는 1 Hz로 계측된 일본해에서 계측된 파랑자료를 이용하여 freak wave의 발생확률을 살펴보았다. Soares *et al.*[2004]는

<sup>†</sup>Corresponding author: dykim@hongik.ac.kr

1.28 Hz sampling rate로 계측된 Hurricane Camile의 파랑자료를 이용하여 극한파의 특성을 분석하였고, 우리나라 해역에서도 sampling rate가 1.28 Hz를 사용하여 계측한 자료가 다 수 있다. Shin 등[2007]은 freak wave특성 파악을 위하여 제주도 지역의 파랑관측 자료를 분석하였고 이 자료의 sampling rate도 1.28 Hz이다. 이와 같이 국내외적으로 많은 곳에서 파랑계측에 1 Hz 근처의 sampling rate를 사용하고 있는 것이 현실이다.

파랑자료를 취득할 때 계측기에서 사용된 sampling rate가 충분하지 않은 경우에는 계측된 파랑자료의 특성이 원형에서 벗어나게 된다. Sampling rate가 크면 오차가 줄어들겠지만 파랑자료의 저장 용량 등의 문제 때문에 현실적으로는 충분히 큰 sampling rate를 사용하는 것이 용이하지 않다. 계측되는 파랑자료의 sampling rate가 1 Hz 근처인 경우에는 파랑스펙트럼이 가지는 전체 에너지가 실제에 비해 줄어드는 경향을 보인다(Tucker[1991]). Stansell 등[2002]은 sampling rate가 낮으면 파고의 분포는 레일리분포에서 벗어나게 되며, 1 Hz 근처에서는 파고의 발생확률이 실제에 비해 과소평가하는 경향을 보인다는 것을 보여 주었다. 이 논문에서는 sampling rate가 일반적인 파랑의 통계특성뿐만 아니라 freak wave와 같이 극한파가 포함되어 있는 파랑자료의 측정에 미치는 영향을 살펴보고자 한다. Freak wave와 같은 극한파의 통계적 특성은 이상지수 AI(abnormality index)의 분포 특성과 연관이 있으며, 파형의 첨도(kurtosis)와 밀접한 관계가 있다는 것이 알려져 있다(Mori 등[2002], Mori[2004], Stansell[2004], Shin 등[2007], Kim[2010]).

이 논문에서는 Freak wave와 같이 극한파의 측정에 sampling rate가 미치는 영향을 살펴보고자 한다. 그러나 계측된 파고는 발생 빈도나 여러 가지 발생 환경 등을 고려할 때 sampling rate가 극한파의 특성에 미치는 효과를 체계적으로 해석하기가 쉽지 않다. 본 연구에서는 주어진 파랑스펙트럼에서 파형의 시계열(time series) 자료를 시뮬레이션하고, 파랑스펙트럼을 분석하여 파형의 분포의 특성, 파랑스펙트럼의 분포 특성, 파형의 kurtosis 분포, AI 지수, 최대파의 크기 등을 비교하여 sampling rate가 극한파의 통계적 특성에 미치는 영향을 살펴보고, 이를 바탕으로 sampling rate의 변화가 freak wave와 같은 극한파의 통계적 특성에 어떠한 영향을 주는 지 살펴보고자 한다.

## 2. 파랑자료의 구성

먼저 본 논문에서는 주어진 파랑스펙트럼  $S(f)$ 에서 지속시간 T 동안의 파형의 시계열 자료를 다음 식에 의해 계산을 하였다.

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N \sqrt{2S(f_i)\Delta f} \cos(2\pi f_i t - \varepsilon_i) \quad (1)$$

$$f_i = \frac{1}{T} \cdot i \quad (2)$$

$$\Delta f = \frac{1}{T} \quad (3)$$

여기서  $\varepsilon_i$ 는 0에서  $2\pi$ 까지의 random phase를 나타낸다.

시계열자료의 시간간격을  $\Delta t$  라하면  $N$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$N = \frac{T}{\Delta t} \quad (4)$$

본 논문에서는 Bretschneider spectrum을 사용하여 파랑자료를 시뮬레이션 하였다.

$$S(f) = Af^{-5} \exp(-Bf^{-4}) \quad (5)$$

A와 B의 값은 스펙트럼법에서 정의된 유의파고  $H_s$ 와 영점상향주기  $T_z$ 를 이용하여 결정하였다.

스펙트럼법에 의한 유의파고  $H_s$ 와  $T_z$ (zero up-crossing period)는 다음과 같이 정의한다.

$$H_s = 4\sqrt{m_0} \quad (6)$$

$$T_z = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (7)$$

파랑스펙트럼의 0차와 2차모멘트는 다음과 같이 주어진다.

$$m_0 = \frac{A}{4B} \quad (8)$$

$$m_2 = \frac{1}{4} AB^{-1/2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \quad (9)$$

$H_s$ 와  $T_z$ 가 주어지면 식 (6), (7)을 이용하여 파랑스펙트럼의 0차와 2차모멘트를 계산하고, 식 (8), (9)을 이용하여 상수 A, B를 결정할 수 있다.

파형  $\eta$ 의 모멘트는 파형의 확률분포  $p$ 를 이용하여 다음과 같이 정의 된다.

$$\mu = \int \eta p(\eta) d\eta \quad (10)$$

$$\mu_n = \int (\eta - \mu)^n p(\eta) d\eta \quad (11)$$

$$\sigma^2 = \mu_2 \quad (12)$$

$$\gamma = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (13)$$

$$\kappa = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (14)$$

여기서  $p$ 는 파형의 확률분포,  $\mu$ 는 평균(mean),  $\sigma^2$ 는 분산(variance),  $\gamma$ 는 비대칭도(skewness),  $\kappa$ 는 첨도(kurtosis)이다.

파랑스펙트럼의 대역폭을 다음과 같이 정의한다 (Longett-Higgins[1980]).

$$v = \sqrt{\frac{m_2 m_0}{m_1^2} - 1} \quad (15)$$

Freak wave와 같은 극한파를 정의하는 이상지수 AI(abnormality index)는 아래 같이 정의된다(Kalif 등[2009]).

$$AI = \frac{H_{max}}{H_{1/3}} \geq 2 \tag{16}$$

여기서  $H_{max}$ 는 최대파의 파고,  $H_{1/3}$ 는 개별파법에서 정의된 유의파고이다. 종종 AI의 정의에서 스펙트럼법에서 정의된 유의파고  $H_s$ 를 사용하기도 한다.

### 3. 파랑자료의 시계열 시뮬레이션

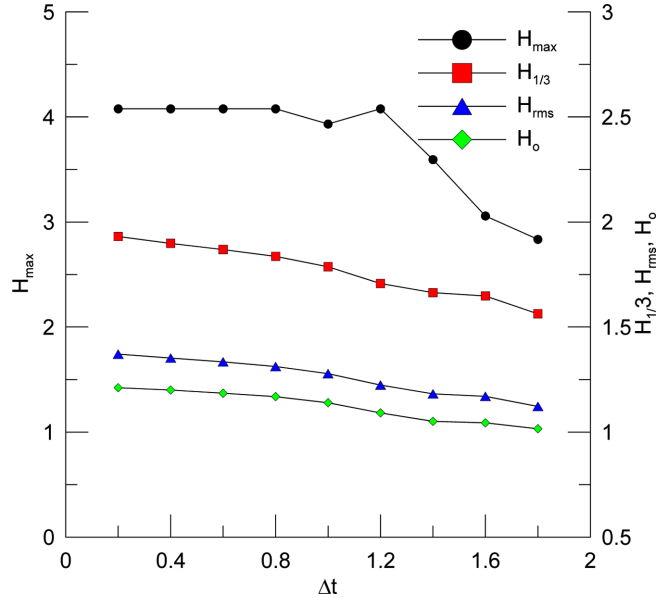
파랑자료의 비교 기분을 정하기 위해서 여러 가지 크기의  $\Delta t$ 에 대해서 시뮬레이션을 시행하였고 그 결과  $\Delta t$ 가 0.2 보다 작은 경우는 파랑자료의 각종 특성이 수렴하는 경향을 보여서, 본 논문에서는  $\Delta t=0.2$  s로 파형의 시뮬레이션을 수행하여 파형자료의 기본으로 사용하였다. 주어진 기본 파형에서  $\Delta t=0.2\sim 1.8$  s 까지 0.2 간격으로 파랑자료를 이산화하여 각 자료의 통계적인 특성이 어떻게 변화하는 지 살펴보기로 한다. Table 1에 해당하는 주기와 주파수를 표시하였다. 파랑자료의 시뮬레이션에서는  $H_s=2$  m,  $T_z=4$  s (H2T4)와  $H_s=5$  m,  $T_z=8$  s (H5T8) 두 가지 경우를 사용하였고 freak wave가 발생한 파랑자료를 사용하였다.

Fig. 1에서 sampling rate가 각종 파고의 크기에 미치는 영향을 살펴보았다. 이 그림에서  $\Delta t$ 가 커지면  $H_0$ (평균파고),  $H_{1/3}$ (유의파고),  $H_{rms}$ (rms 파고)가 점차적으로 줄어드는 것을 볼 수 있다. 그러나  $H_{max}$ 의 경우는  $\Delta t=0.8$ 까지는 값이 크게 변하지 않지만 그 이상의 값에서는 차이가 나는 것을 볼 수 있다. Fig. 2에서는 파랑스펙트럼에 관련된 파라미터를 표시하였다. 영점상향통과주기  $T_z$ 는  $\Delta t$ 가 0.8보다 커지면 급격히 증가하는 것을 볼 수 있다. 그러나 스펙트럼의 면적으로 정의된 유의파고  $H_s$ 는 거의 일정한 값을 가지는 것을 볼 수 있다. 그리고 대역폭 파라미터는  $\nu$ 는  $\Delta t$ 의 크기에 따라 매우 민감하게 줄어드는 것을 볼 수 있다. 따라서 스펙트럼의 0차 모멘트는 상대적으로  $\Delta t$ 의 크기에 큰 영향을 받지 않지만, 스펙트럼의 2차 모멘트는 큰 영향을 받는 것을 알 수 있다.

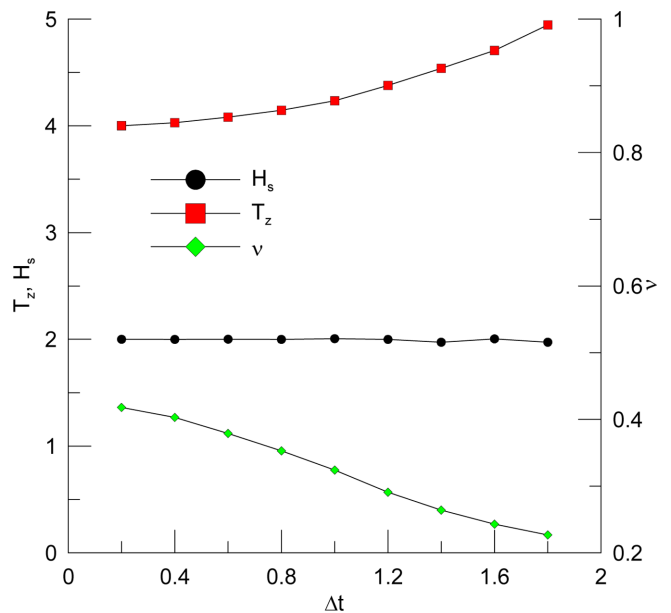
Fig. 3은 각종 파형의 분포파라미터의 변화를 보여주고 있다. 이 그림에서 첨도는  $\Delta t$ 가 0.8이상에서 급격히 변하는 것을 볼 수 있다. 이에 비해 표준편차는 큰 변화를 보이지 않는다. 이것은  $H_s$ 의 값이

**Table 1.** Sampling period and rates

$\Delta t$ (dt)	Hz
0.2	5.00
0.4	2.50
0.6	1.67
0.8	1.25
1.0	1.00
1.2	0.83
1.4	0.71
1.6	0.625
1.8	0.56



**Fig. 1.** Various wave heights vs sampling rate ( $H_s=2$  m and  $T_z=4$  s).



**Fig. 2.** Various parameters from wave spectrum vs. sampling rates. ( $H_s=2$  m and  $T_z=4$  s).

크게 변하지 않는 것과 연관이 있다. 그리고 비대칭(skewness)도는  $\Delta t$ 가 커짐에 따라 값이 음양의 값으로 변동하면서 다소 변동 폭이 커지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 4-5에서는  $H_s=5$  m,  $T_z=8$  s인 경우를 보여주고 있다. Fig. 4에서  $\Delta t$ 가 커지면  $H_0$ ,  $H_{1/3}$ ,  $H_{rms}$  파고가 조금씩 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이러한 경향은 앞의 H2T5의 경향과 일치한다.  $H_{max}$ 의 경우는  $\Delta t=0.8$  이상에서는 값의 변화가 커지는 것을 볼 수 있다. Fig. 5에서는 파랑스펙트럼에 관련된 파라미터를 표시하였다. 영점상향통과주기  $T_z$ 는  $\Delta t$ 가 커지면 급격히 증가하는 것을 볼 수 있고,  $H_s$ 는 거의 일정한 값을 가지는 것을 볼 수 있다. 그리고 대역폭 파라

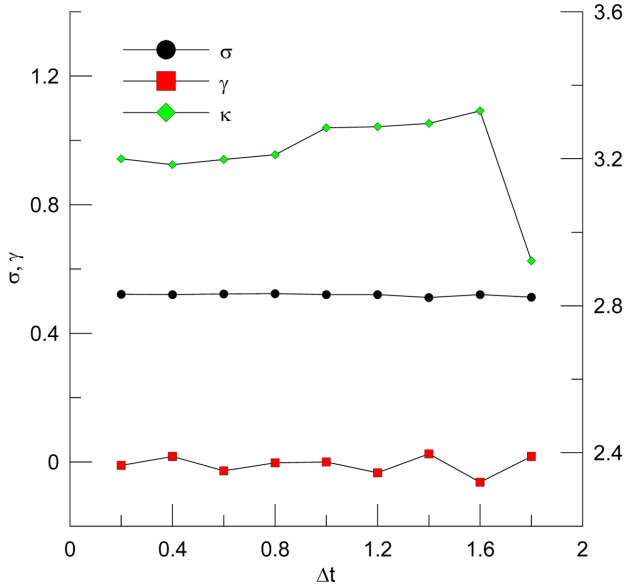


Fig. 3. Various wave elevation distribution vs. sampling rates ( $H_s=2$  m and  $T_z=4$  s).

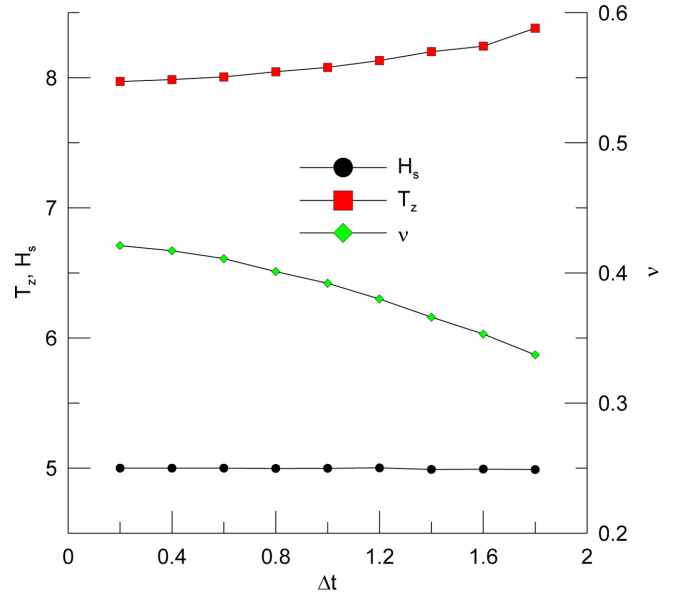


Fig. 5. Various parameters from wave spectrum vs. sampling rates. ( $H_s=5$  m and  $T_z=8$  s).

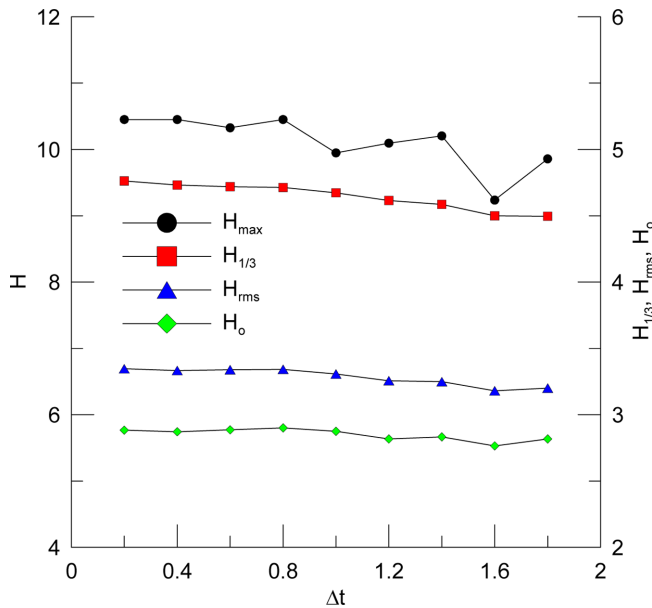


Fig. 4. Various wave heights vs sampling rate ( $H_s=5$  m and  $T_z=8$  s).

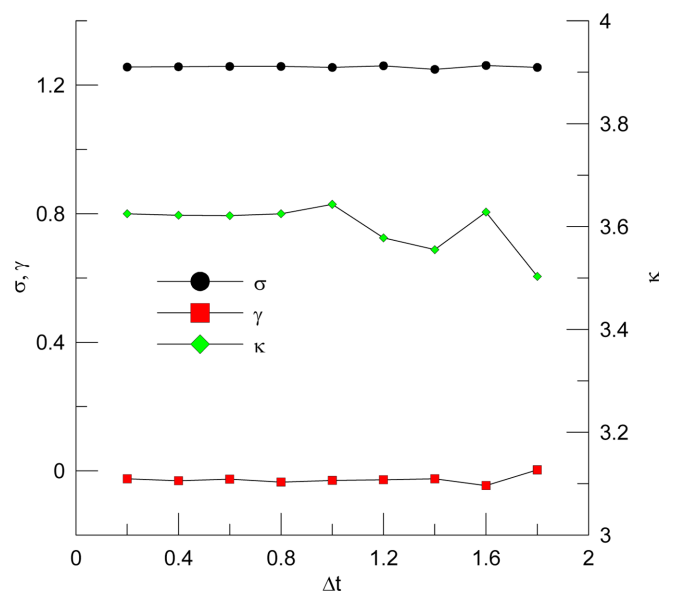


Fig. 6. Various wave elevation distribution vs. sampling rates ( $H_s=5$  m and  $T_z=8$  s).

미터는  $\nu$ 는  $\Delta t$ 의 크기에 따라 매우 민감하게 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이러한 경향도 앞의 H2T5의 경향과 일치한다.

Fig. 6은  $\Delta t$ 의 변화에 따른 파형분포 파라미터 분산(variance)  $\sigma^2$ , 비대칭도(skewness)  $\gamma$ , 첨도(kurtosis)  $\kappa$ 를 보여주고 있다. 이 그림에서 첨도는  $\Delta t$ 가 0.8이상이되면 급격히 변하는 것을 볼 수 있다, 이에 반해 표준편차와 비대칭도는 크게 변하지 않는 것을 볼 수 있다. 이 결과도 Fig. 3의 결과와 정성적으로 일치한다.

Fig. 7에는 freak wave의 판정 기준이 되는 이상지수(AI)를 표시하였다. AI가 2 이상이면 freak wave가 발생한 경우이다. 이 그림에서도  $\Delta t$ 가 커지면서 AI의 변동폭이 커지는 것을 볼 수 있다.  $T_z$

가 큰 경우가 변동폭은 상대적으로 작은 것을 볼 수 있다. Fig. 8에서는  $H_{1/3}/H_s$ 의 비를 표시하였다. 이 비는 개별파법과 스펙트럼법에 의한 유의파고의 상대 크기의 비이다. 일반적으로 해양파에서는 0.9~1.0 사이의 값을 나타낸다. H5T8에서는 일상적인 범위에서의 값을 보여주고 있는데 반해서, H2T4에서는  $\Delta t$ 가 1보다 큰 경우에는 일반적인 해양파의 특성 범위에서 벗어나는 값을 보여주는 것을 볼 수 있다.

Table 2에 5 Hz의 값을 기준으로 해서  $\Delta t$ 의 변화에 따라  $H_{max}$ 값의 퍼센트 오차를 표시를 하였다. 두 가지 경우 모두  $\Delta t=0.8$ s (1.25 Hz)까지는 오차가 매우 작은 것을 볼 수 있다.  $\Delta t=1.0$  s (1Hz)까지

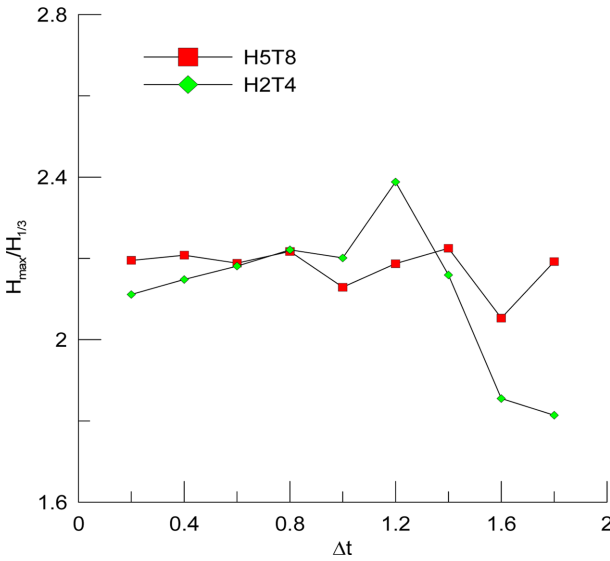


Fig. 7. AI index vs.  $\Delta t$ .

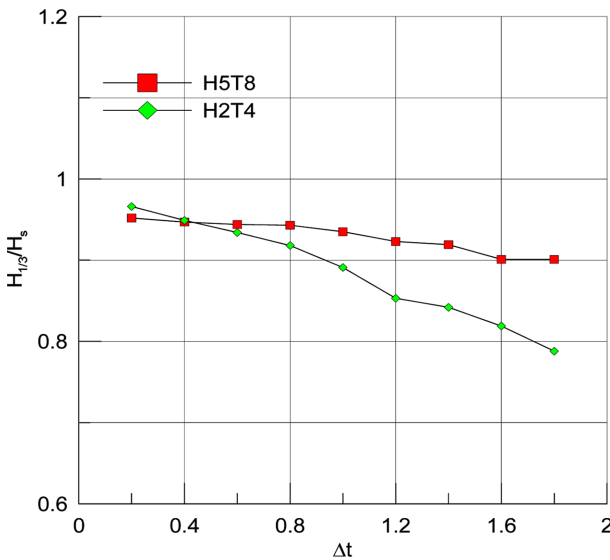


Fig. 8.  $H_{1/3}/H_s$  vs.  $\Delta t$ .

Table 2. Percent error in Hmax prediction

$\Delta t$	Hz	$H_s=2$ m, $T_z=4$ s (%)	$H_s=5$ m, $T_z=8$ s (%)
0.2	5.00	0.0	0.0
0.4	2.50	0.0	0.0
0.6	1.67	0.0	1.2
0.8	1.25	0.0	0.0
1.0	1.00	3.6	4.8
1.2	0.83	4.5	3.4
1.4	0.71	11.9	2.4
1.6	0.625	25.0	11.6
1.8	0.56	30.0	5.7

는 오차가 5% 이하를 보이는 것을 볼 수 있다.  $\Delta t=0.6$ 인 경우에 나타난 오차는 random simulation에서 발생한 오차에서 기인한 것으

로 보인다. 일반적으로 해양에서 발생하는 극한파가 포함된 파랑자료의 영점상향 주기는 8초 이상이 되기 때문에 1 Hz 이상의 sampling rate로 계측한 자료는 일부 통계 특성치는 원래 파랑의 특성과 다소 차이가 나타날 수 있지만, 극한파의 발생확률과 크기에 5% 이하의 오차를 줄 것으로 예상된다.

### 4. 결 언

본 논문에서는 파형을 시뮬레이션하고 freak wave가 발생한 파랑자료를 사용하여 해양파 측정에 sampling rate가 미치는 영향을 살펴보았다. 파랑의 각종 통계적 특성이 sampling rate가 1.25 Hz 이하인 경우에는 각종 파랑의 통계 특성이 원 값에 비해 달라지는 것을 볼 수 있었다. 최대파고의 변동 폭은 다른 통계 특성치에 비해 상대적으로 작은 변화를 보여주었으며,  $T_z$ 는 과대평가되고 대역 폭은 과소평가된다. Sampling rate에 의해서 발생한 오차의 크기는 파랑의 주기가 커지면 줄어드는 경향을 보인다. Sampling rate 변화에 의한 유의파고의 오차는  $H_s$ 가  $H_{1/3}$ 보다 작게 나타난다.

Sampling rate가 freak wave와 같은 극한파의 통계특성에 미치는 영향을 파악하기 위하여, 이상(AI)지수, 파형의 첨도(kurtosis) 그리고 최대파고 등의 변화를 살펴보았다. AI지수와  $H_{max}$ 값에 나타나는 오차는  $\Delta t$ 가 커질 수록 커진다. Sampling rate가 1.25 Hz 이상인 경우에 발생하는 오차는 매우 작게 나타난다. 일반적으로 freak wave와 같은 극한파가 포함된 파랑을 계측할 때, 1 Hz의 이상의 sampling rate로 계측한 해양파의 자료를 사용한다면 sampling rate가 최대파고의 크기의 미치는 오차가 5% 이하가 될 것으로 예상된다.

### 후 기

본 연구는 2009년도 홍익대학교 학술진흥연구비에 의해 지원되어 수행되었음.

### 참고문헌

- [1] Guedes, S.C., Cherneva, Z. and Antao, E.M., 2004, Abnormal waves during Hurricane Camille. J Geophys Res 109.
- [2] Kalif, C., Pleinovsky, E. and Slunyaev, A., 2009, Rogue Waves in the Ocean., Springer.
- [3] Kim, D.Y., 2010, "On the Characteristics of Freak Wave Occurrence", J. Korean Soc. for Marine Environmental Eng., Vol.14, No.2, pp. 138-145.
- [4] Longuet-Higgins, M.S., 1980, "On the distribution of the heights of sea waves: some effects of non-linearity and finite bandwidth", J. Geophys. Res. Vol.85, C3, pp. 1519-1523.
- [5] Mori, N., Paul, C.L. and Yasuda, T., 2002, Analysis of freak wave measurements in the Sea of Japan, Ocean Engineering 29, pp. 1399-1414.
- [6] Mori, N., 2004, Occurrence probability of a freak wave in a

- nonlinear wave field, Ocean Engineering 31, pp. 165-175.
- [7] Mori, N., 1997, Occurrence properties of giant freak waves in Sea Area around Japan, J. waterway, port, coastal Engineering, July/Aug. pp. 209-213.
- [8] Shin, S., Hong, K.-Y. and Moon, J.-S., 2007, "Wave Data Analysis for Investigation of Freak Wave Characteristics", J. Korean Navigation and Port Research, Vol.31, No.6, pp. 471-478.
- [9] Stansell, P, Wolfram, J. and Linfoot, B., 2002, Effect of sampling rate on wave height statistics, Ocean Eng. 29, 1023-1047.
- [10] Stansell, P., 2004, Distributions of extreme wave, crest and trough heights measured in the North Sea, Ocean Engineering, 32 pp.
- [11] Tucker, M.J., 1991, Waves in Ocean Engineering, Ellis Horwood.
- [12] Yasuda, T. and Mori, N., 1997, Occurrence of giant freak waves in sea area around Japan, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 123(4), pp. 209-213.
- 
- 2013년 1월 8일 원고접수  
 2013년 1월 28일 심사수정일자  
 2013년 2월 6일 게재확정일자